

# Rationalité approchée et équilibre à prix fixes Near-Rationality and Fixed Price Equilibria

Pierre Picard

Volume 68, numéro 1-2, mars-juin 1992

Macroéconomie : développements récents

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/602062ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/602062ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)

1710-3991 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Picard, P. (1992). Rationalité approchée et équilibre à prix fixes. *L'Actualité économique*, 68(1-2), 127–139. <https://doi.org/10.7202/602062ar>

## Résumé de l'article

Cet article examine les conséquences de l'hypothèse de rationalité approchée de Akerlof et Yellen, dans le cadre de la théorie des équilibres à prix fixes avec rationnements. Nous envisageons une économie soumise à des chocs monétaires transitoires où les prix restent fixés au niveau walrasien anticipé. Les agents forment des conjectures qui définissent les prix auxquels ils pensent pouvoir réaliser les échanges. Nous montrons que, quelles que soient ces conjectures, à l'équilibre à prix fixes le comportement des agents est approximativement rationnel : plus précisément, le gain individuel que les agents anticipent pouvoir réaliser en modifiant les prix est du second ordre par rapport aux chocs. Simultanément, ces chocs ont des effets du premier ordre sur les échanges réalisés.

## RATIONALITÉ APPROCHÉE ET ÉQUILIBRE À PRIX FIXES\*

Pierre PICARD

*Université de Paris X-Nanterre*

*CEPREMAP*

**RÉSUMÉ** — Cet article examine les conséquences de l'hypothèse de rationalité approchée de Akerlof et Yellen, dans le cadre de la théorie des équilibres à prix fixes avec rationnements. Nous envisageons une économie soumise à des chocs monétaires transitoires où les prix restent fixés au niveau walrasien anticipé. Les agents forment des conjectures qui définissent les prix auxquels ils pensent pouvoir réaliser les échanges. Nous montrons que, quelles que soient ces conjectures, à l'équilibre à prix fixes le comportement des agents est approximativement rationnel: plus précisément, le gain individuel que les agents anticipent pouvoir réaliser en modifiant les prix est du second ordre par rapport aux chocs. Simultanément, ces chocs ont des effets du premier ordre sur les échanges réalisés.

**ABSTRACT** — *Near-Rationality and Fixed Price Equilibria.* This paper investigates the consequences of the near-rationality assumption of Akerlof and Yellen, in the framework of the theory of fixed price equilibria with quantity rationing. We consider an economy with monetary transitory shocks where prices remain fixed at the expected walrasian equilibrium. Agents have conjectures about the prices at which trades can be realized. We show that, at the fixed price equilibria, the agents' behaviour is near-rational for all possible conjectures. More precisely, the individual welfare gains that agents expect to be able to realize by modifying prices is second order with respect to shocks. Simultaneously, the shocks exert first order effects on realized trades.

### INTRODUCTION

Dans les modèles d'équilibre général incorporant des rigidités nominales deux types d'hypothèses ont été communément envisagés pour rendre compte du mécanisme de détermination des prix. En premier lieu, les modèles à prix fixes de la théorie du déséquilibre ont souvent fait plus ou moins explicitement l'hypothèse d'une économie concurrentielle, avec un grand nombre d'agents, soumise à des chocs non anticipés qui affectent certains paramètres de demande ou de productivité. À la suite d'une perturbation, les prix ne s'ajustent pas immédiatement au

---

\* Les remarques de Jean-Pascal Bénassy et de Guy Laroque sur une première version de cet article m'ont été très utiles, mais bien sûr je suis seul responsable des insuffisances ou des erreurs qui peuvent subsister.

nouvel équilibre walrasien et, en conséquence, l'économie connaît une phase transitoire de déséquilibre avec un tâtonnement sur les quantités qui définit les contraintes de rationnement assurant la cohérence des décisions individuelles. Dans cette perspective, Malinvaud (1977) envisage ainsi le cas où les prix restent fixés à un équilibre walrasien moyen autour duquel gravitent les vrais prix d'équilibre concurrentiel. Sur le fond, cette hypothèse n'est pas très différente de celle faite dans les modèles macroéconomiques à anticipations rationnelles avec rigidités nominales et prix fixés à l'équilibre walrasien anticipé<sup>1</sup>. Une autre approche conduit à supposer que ce sont les agents eux-mêmes qui choisissent les prix, dans une économie de concurrence imparfaite. Une fois les prix fixés, l'économie connaît une certaine configuration de déséquilibre offre/demande en fonction de la structure de la concurrence sous-jacente. Cette approche, largement reprise dans une littérature plus récente<sup>2</sup>, a été introduite par Bénassy (1976) et Grandmont-Laroque (1976).

Quelle que soit l'hypothèse retenue pour expliquer la détermination des prix, concurrence parfaite ou imparfaite, une question essentielle demeure si on veut donner quelque fondement aux modèles avec rigidités nominales : pourquoi les prix ne réagissent-ils qu'avec retard aux perturbations réelles ou monétaires qui affectent l'économie ?

Notre compréhension des phénomènes qui expliquent la rigidité nominale des prix et donc l'importance des impulsions monétaires sur les variables réelles est, à ce jour, très imparfaite. Beaucoup de travaux qui leur ont été consacrés dans les dernières années se sont placés dans un cadre de concurrence imparfaite, plus précisément la concurrence monopolistique<sup>3</sup>, et ont juxtaposé deux arguments. En premier lieu, on envisage une économie où des firmes offrent des produits qui sont des substituts imparfaits. Elles choisissent leur propre prix de manière à maximiser leur profit, compte tenu d'une courbe de demande perçue, en considérant les prix des concurrents comme une donnée. Les prix sont alors déterminés à l'équilibre non coopératif de ce jeu de prix. Deuxièmement, on suppose que l'économie est sujette à des perturbations qui affectent par exemple le stock de monnaie. Compte tenu de ces perturbations, les prix qui étaient optimaux *ex ante* (avant le choc) ne le sont plus *ex post*. Toutefois, on montre que le gain relatif pour un vendeur à modifier son prix est petit par rapport à l'ampleur du choc macroéconomique qui est à l'origine de la perturbation. Ceci peut être expliqué facilement. Écrivons  $\Pi(p, \bar{p}, \theta)$  le profit d'une firme en fonction de son prix  $p$ , du vecteur de prix de ses concurrents  $\bar{p}$  et d'un paramètre  $\theta$  qui représente par exemple les variations du stock de monnaie.  $\Pi(\cdot)$  est une forme réduite qui résulte de l'ensemble des caractéristiques de l'économie, notamment la demande et les technologies.

Pour  $\theta = \theta^*$ , les prix d'équilibre  $p = p^*$ ,  $\bar{p} = \bar{p}^*$  vérifient :

- 
1. Voir Blanchard et Fischer (1989, chap. 10); voir aussi Green et Laffont (1981).
  2. Voir par exemple Blanchard et Kiyotaki (1987).
  3. Voir Blanchard et Fisher (1989, chap. 8) pour une présentation générale.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial p} (p^*, \bar{p}^*, \theta^*) = 0.$$

Supposons maintenant que  $\theta$  varie au voisinage de  $\theta^*$ . Supposons également que les concurrents de la firme envisagée n'ajustent pas leur prix à la suite de la perturbation. On a donc toujours  $\bar{p} = \bar{p}^*$ . Notons  $L(\theta)$  la perte de profit associée à une politique de prix stable, c'est-à-dire :

$$L(\theta) = \Pi(\bar{p}(\theta), \bar{p}^*, \theta) - \Pi(p^*, \bar{p}^*, \theta)$$

où  $\bar{p}(\theta)$  désigne le prix optimal compte tenu du fait que les concurrents n'ajustent pas leur prix. On a :

$$\frac{dL}{d\theta} = \frac{\partial \Pi}{\partial p} (\bar{p}(\theta), \bar{p}^*, \theta) \frac{d\bar{p}}{d\theta} + \frac{\partial \Pi}{\partial \theta} (\bar{p}(\theta), \bar{p}^*, \theta) - \frac{\partial \Pi}{\partial \theta} (p^*, \bar{p}^*, \theta)$$

et donc :

$$\left. \frac{dL}{d\theta} \right|_{\theta = \theta^*} = 0$$

puisque  $\bar{p}(\theta^*) = p^*$ . Ceci revient simplement à redémontrer le théorème de l'enveloppe : au premier ordre, l'effet d'une variation de  $\theta$  sur le profit est équivalent à celui obtenu en n'adaptant pas le choix de la variable  $p$  à la variation du paramètre  $\theta$ . Pour obtenir ce résultat, il suffit que la fonction de profit  $\Pi$  soit différentiable par rapport à  $p$ , ce qui est vérifié dans de nombreux modèles de concurrence imparfaite.

En conséquence, s'il y a des petits coûts à modifier les prix (*menu costs*), il peut être optimal de maintenir les prix inchangés à la suite de perturbations<sup>4</sup>. De même, on peut considérer dans ce contexte qu'une politique de prix stables (qui rappelle les politiques de prix administrés souvent prêtées aux entreprises présentes sur des marchés oligopolistiques) est «approximativement rationnelle» (Akerlof et Yellen, 1985) dans la mesure où elle est presque optimale. La perte par rapport au gain maximal est négligeable (précisément, du second ordre par rapport aux chocs) et l'entreprise gagne à une plus grande simplicité de gestion. Simultanément du fait de cette rigidité des prix, des chocs monétaires auront des effets du premier ordre sur les variables réelles.

Nous nous proposons de montrer que cet argument de rationalité approchée est aussi compatible avec la première des deux approches rappelée ci-dessus, celle qui envisage une économie concurrentielle sujette à des perturbations transitoires avec prix fixés aux niveaux walrasiens antérieurs au choc, et qu'elle apporte donc une certaine justification aux rigidités de prix postulées dans ces modèles. L'objet de ce qui suit n'est donc pas de justifier la pertinence de l'hypothèse de rationalité approchée en tant que telle. Celle-ci peut au mieux être considérée comme une approche très simplificatrice de la question importante, mais difficile, des

4. Voir Mankiw (1985).

comportements économiques en situation de rationalité limitée. Plus simplement, nous nous proposons de montrer que l'argument de rationalité approchée est en quelque sorte orthogonal au principe retenu pour la détermination des prix, dans la mesure où il est compatible avec l'une ou l'autre des deux grandes traditions dans lesquelles les économistes se reconnaissent pour expliquer la détermination des prix : la tradition de l'équilibre concurrentiel walrasien où les prix sont déterminés par un commissaire priseur et celle de la concurrence imparfaite (notamment la concurrence monopolistique) où ce sont certains agents qui fixent les prix<sup>5</sup>.

Pour celà, suivant Hahn (1978), nous supposerons que les agents forment des *conjectures* qui définissent le prix auquel ils pensent pouvoir échanger certaines quantités, compte tenu des signaux de prix et de quantités que le marché leur transmet. Sur un marché, tant que la contrainte de rationnement n'est pas serrée, l'agent sait qu'il peut échanger la quantité souhaitée au prix qui prévaut. Cependant pour échanger une quantité plus grande, l'agent doit proposer un prix qui lui soit moins avantageux : un prix plus élevé pour accroître ses achats, un prix plus bas pour augmenter ses ventes. Le point essentiel est qu'au voisinage de l'équilibre walrasien, le gain à échanger davantage que n'autorisent les contraintes de rationnement est très petit. Si les prix restent égaux aux prix de l'équilibre walrasien antérieur à une perturbation (un choc monétaire par exemple), le gain sera du second ordre par rapport à l'ampleur de cette perturbation et ceci quelles que soient les conjectures. Comme nous le verrons, accepter une contrainte quantitative et échanger au prix de marché (le même pour tous) plutôt que se singulariser en entamant une concurrence par les prix est donc approximativement rationnel dans un tel contexte.

Nous verrons par ailleurs que l'hypothèse de rationalité approchée permet de justifier l'hypothèse de conjecture plate faite par Hahn (1978). Lorsque les agents ne sont pas rationnés, ils n'imaginent pas pouvoir tirer partie du fait qu'ils sont situés sur le côté court du marché en proposant un prix qui leur soit plus avantageux que le prix pratiqué par tous les autres agents. Cette hypothèse est difficilement justifiable dans le cadre d'un modèle d'équilibre conjectural à la Hahn (bien qu'elle soit indispensable pour que l'équilibre walrasien puisse apparaître comme un équilibre conjectural particulier, ce qui est un des objectifs de Hahn), mais elle sera fondée ici. À l'équilibre, si les agents se satisfont d'un comportement approximativement rationnel, les agents situés du côté long du marché n'acceptent pas de surenchérir pour échanger davantage et, en conséquence, les agents situés du côté court ont raison de penser qu'ils ne sont pas en mesure de tirer avantage de leur position.

La prochaine section rappelle les concepts de base nécessaires pour mener cette analyse : équilibre concurrentiel, équilibre à prix fixes, conjecture. La dernière section établit le résultat de rationalité approchée des équilibres à prix fixes.

---

5. Tout ceci va à l'encontre de la conception défendue par Blanchard et Fisher (1989, p. 373).

## 1. CONCEPTS DE BASE

Nous considérons une économie d'échanges comportant  $l$  biens de consommation indicés par  $h = 1, \dots, l$ , la monnaie comme unique réserve de valeur et  $n$  agents indicés par  $i = 1, \dots, n$ . Chaque agent  $i$  dispose d'un vecteur de ressources initiales  $\omega_i = (\omega_{i1}, \dots, \omega_{il})$  et d'encaisses initiales  $m_{i0}$ . Il choisit son vecteur de consommation  $x_i$  dans  $R^l_+$  et ses encaisses finales  $m_i$  dans  $R_+$  de manière à maximiser une fonction d'utilité monotone, strictement quasi concave, deux fois continûment différentiable  $u_i(x_i, m_i)$ . On note  $z_i = x_i - \omega_i = (z_{i1}, \dots, z_{il})$  son vecteur de transactions. Le vecteur des prix nominaux est noté  $p = (p_1, \dots, p_l)$ .

Rappelons d'abord les définitions d'un équilibre concurrentiel et d'un équilibre à prix fixes.

**DÉFINITION 1** *Un équilibre concurrentiel est défini par un vecteur de prix non négatif  $p^*$  et des transactions  $z_i^*$  vérifiant :*

- (a)  $\sum_{i=1}^n z_i^* = 0$
- (b)  $(z_i^*, m_i^*)$  maximise  $u_i(z_i + \omega_i, m_i)$  sous les contraintes :
- $$p^* z_i + m_i = m_{i0}$$
- $$z_{ih} + \omega_{ih} \geq 0 \quad h = 1, \dots, l$$
- $$m_i \geq 0$$

**DÉFINITION 2** Soit  $p \in R^l_+$ . Un équilibre à prix fixes associé à  $p$  est défini par des transactions  $z_i^*$ ,  $i = 1, \dots, n$  et des contraintes quantitatives  $\underline{z}_{ih} \leq 0$  et  $\bar{z}_{ih} \geq 0$ ,  $i = 1, \dots, n$  et  $h = 1, \dots, l$ , vérifiant :

- (a)  $\sum_{i=1}^n z_i^* = 0$
- (b)  $(z_i^*, m_i^*)$  maximise  $u_i(z_i + \omega_i, m_i)$  sous les contraintes :
- $$p z_i + m_i = m_{i0}$$
- $$\underline{z}_{ih} \leq z_{ih} \leq \bar{z}_{ih} \quad h = 1, \dots, l$$
- $$z_{ih} + \omega_{ih} \geq 0 \quad h = 1, \dots, l$$
- $$m_i \geq 0$$
- (c) Pour  $h = 1, \dots, l$ :
- $$z_{jh} < \bar{z}_{jh} \text{ pour tout } j = 1, \dots, n \text{ si } z_{ih} = \underline{z}_{ih} \text{ pour un individu } i,$$
- $$z_{jh} > \underline{z}_{jh} \text{ pour tout } j = 1, \dots, n \text{ si } z_{ih} = \bar{z}_{ih} \text{ pour un individu } i.$$

Ceci correspond à la définition de Drèze (1975). D'après (a), à un équilibre à prix fixes, les transactions sont compatibles entre elles. D'après (b), chaque agent maximise son utilité en respectant sa contrainte budgétaire et aussi des contraintes

quantitatives: l'agent  $i$  ne peut acheter (respectivement vendre) une quantité de bien  $h$  supérieure à  $\bar{z}_{ih}$  (respectivement  $-\underline{z}_{ih}$ ). Enfin (c) impose qu'un seul côté du marché puisse être contraint.

Cette définition ne spécifie pas comment les rationnements sont répartis de chaque côté du marché, ce qui rend possible une multiplicité d'équilibres à prix fixes associés à un même vecteur de prix. Si on impose un certain schéma de rationnement, des résultats d'unicité de l'équilibre à prix fixes sont possibles. Dans ce qui suit, on envisage le cas d'un rationnement uniforme: on a donc  $\underline{z}_{ih} = \underline{z}_h$  et  $\bar{z}_{ih} = \bar{z}_h$  pour tous les agents  $i = 1, \dots, n$  et tous les biens  $h = 1, \dots, l$ . Tous les agents perçoivent donc un même signal prix-quantités que nous noterons

$$q = (p, \underline{z}, \bar{z})$$

avec  $\underline{z} = (\underline{z}_1, \dots, \underline{z}_l)$  et  $\bar{z} = (\bar{z}_1, \dots, \bar{z}_l)$ . On note  $Q = R_+^l \times R_-^l \times R_+^l$  l'ensemble des signaux possibles.

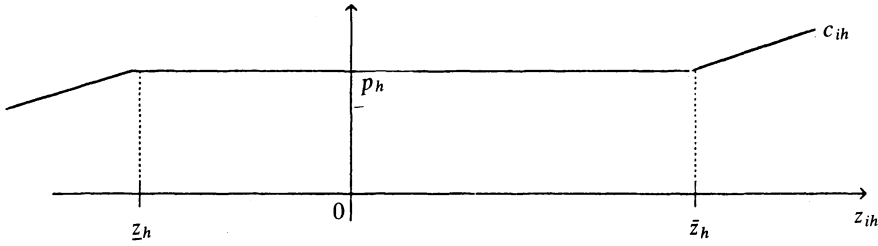
À un équilibre à prix fixes, certains agents souhaitent acheter ou vendre davantage de certains biens que les contraintes de rationnement ne les y autorisent. L'hypothèse implicite de la théorie des équilibres à prix fixes est que les agents ne cherchent pas à surenchérir en entamant une concurrence par les prix pour pouvoir s'affranchir des contraintes: ils ne proposent pas un prix plus élevé aux vendeurs ni un prix plus bas aux acheteurs. C'est ce comportement qu'il s'agit de rationaliser. Pour cela, nous supposons que les agents forment des conjectures qui représentent le prix auquel un agent  $i$  pense subjectivement pouvoir réaliser une transaction  $z_{ih}$  sur le marché  $h$  lorsque le marché lui transmet le signal  $q$ . Ceci conduit à la définition suivante empruntée à Hahn (1978):

**DÉFINITION 3** Une conjecture de l'agent  $i$  est une fonction  $c_i = (c_{ih}): Q \times R^l \rightarrow R_+^l$ . Elle spécifie le vecteur de prix  $c_i(q, z_i)$  auquel l'agent  $i$  pense pouvoir réaliser les transactions  $z_i$  lorsque le marché lui a transmis l'information  $q$ . Une conjecture  $c_i$  est dite admissible si pour tout  $h = 1, \dots, l$   $c_{ih}$  est une fonction non décroissante de  $z_{ih}$  et si, pour tout signal  $q = (p, \underline{z}, \bar{z})$ , on a:

$$c_{ih}(q, z) = p_h \quad \text{si} \quad \underline{z}_h \leq z_{ih} \leq \bar{z}_h.$$

On note  $c = (c_1, \dots, c_n)$ .

Lorsque la transaction  $z_{ih}$  est compatible avec les contraintes quantitatives perçues (c'est-à-dire lorsque  $\underline{z}_h \leq z_{ih} \leq \bar{z}_h$ ), la conjecture  $c_{ih}$  coïncide avec le prix de marché  $p_h$ . Par contre, si l'agent veut acquérir une quantité supérieure à  $\bar{z}_h$ , ses croyances le conduisent à penser que ceci est possible à condition de payer un prix supérieur à  $p_h$ . De même, il pense être en mesure de vendre une quantité de bien  $h$  supérieur à  $-\bar{z}_h$  en proposant un prix inférieur à  $p_h$ . La forme typique d'une conjecture est représentée sur la figure suivante, tracée pour des valeurs données de  $z_{ik}$ ,  $k \neq h$ .



Lorsqu'un agent n'est pas rationné, ses conjectures admissibles coïncident donc avec la conjecture walrasienne : il n'imagine pas pouvoir manipuler son propre prix en échangeant une quantité plus ou moins grande. Cette hypothèse va apparaître naturelle car, comme nous le verrons, à l'équilibre de rationalité approchée, aucun agent rationné n'accepte des conditions de prix moins avantageuses que le prix  $p_h$  afin de pouvoir échanger davantage.

## 2. SUR LA RATIONALITÉ APPROCHÉE DES ÉQUILIBRES À PRIX FIXES

Envisageons un choc monétaire ou réel et supposons que les prix restent fixés au niveau de l'équilibre walrasien antérieur au choc. Nous montrerons qu'à l'équilibre à prix fixes associé à cette situation, le gain individuel que les agents peuvent espérer réaliser en modifiant les prix peut être très petit par rapport aux effets réels du choc qui a écarté l'économie de son équilibre walrasien. Mathématiquement, la perte à ne pas manipuler les prix est du second ordre par rapport au choc tandis que les effets réels sont du premier ordre. Pour étudier cette question, il nous faut définir précisément un équivalent monétaire de la perte associé à ce comportement sous-optimal de non-manipulation des prix.

Pour l'agent  $i$  qui perçoit un signal  $q$ , il est optimal de réaliser les transactions  $z_i$  et de détenir des encaisses  $m_i$  qui maximisent  $U_i(z_i + \omega_i, m_i)$  sous les contraintes :

$$c_i(q, z_i) z_i + m_i = m_{i0}$$

$$z_i + \omega_i \geq 0 \quad m_i \geq 0.$$

Pour  $\omega_i$  donné, on note  $z_i^c = z_i^c(q, m_{i0})$  les transactions optimales obtenues comme solution du problème précédent et  $V_i^c(q, m_{i0})$  l'utilité conjecturée, c'est-à-dire :

$$V_i^c(q, m_{i0}) \equiv U_i(z_i^c + \omega_i, m_{i0} - c_i(q, z_i^c) z_i^c).$$

Si l'agent  $i$  choisit  $z_i$  plutôt que  $z_i^c$ , il subit une perte d'utilité. Nous notons  $L_i^c(q, m_{i0}, z_i)$  la variation de revenu qui lui est équivalente, c'est-à-dire :

$$V_i^c(q, m_{i0} - L_i^c) = U_i(z_i + \omega_i, m_{i0} - c_i(q, z_i) z_i).$$



Nous supposons que l'économie est soumise à des chocs transitoires. Pour simplifier, ces chocs seront identifiés à des perturbations des encaisses, mais les raisonnements se généralisent à des chocs de nature plus générale, réelle ou monétaire. Par hypothèse, ces chocs, conçus comme purement transitoires, ne modifient pas l'utilité que les agents accordent à la détention de monnaie pour les périodes futures.

Nous supposons donc que les encaisses nominales  $m_{i0}$  sont susceptibles de varier autour d'une valeur moyenne  $\bar{m}_{i0}$  et, pour simplifier, nous envisagerons des variations équiproportionnelles en posant

$$m_{i0} = (1 + \theta) \bar{m}_{i0}$$

où  $\theta$  appartient à  $\Omega$  qui est un voisinage de 0.

Soit  $p^* = (p^*, \dots, p_l^*)$  le vecteur de prix à l'équilibre concurrentiel lorsque  $\theta = 0$ . Nous supposons qu'à cet équilibre les transactions  $z_i^*$  et les encaisses  $m_i^*$  vérifient  $z_i^* + \omega_i > 0$  et  $m_i^* > 0$  pour tous les agents. Nous supposons aussi  $z_{ih}^* \neq 0$  pour  $i = 1, \dots, n$  et  $h = 1, \dots, l$  et nous posons :

$$H_i^+ = \{h = 1, \dots, l \mid z_{ih}^* > 0\}$$

$$H_i^- = \{h = 1, \dots, l \mid z_{ih}^* < 0\}.$$

Nous admettons aussi que l'économie a un unique équilibre à prix fixes associé à  $p^*$  au voisinage de l'équilibre walrasien lorsque  $\theta$  appartient à  $\Omega^6$ . Cet équilibre à prix fixes se confond avec l'équilibre concurrentiel lorsque  $\theta = 0$ . À l'équilibre à prix fixes associé à  $p^*$  les transactions sont  $\hat{z}_i(\theta)$  pour  $i = 1, \dots, n$  et les contraintes quantitatives sont  $\underline{z}(\theta)$  et  $\bar{z}(\theta)$ . Enfin, on note  $q(\theta) = (p^*, \underline{z}(\theta), \bar{z}(\theta))$  le signal perçu.

Soit  $z_i(\cdot) : \Omega \rightarrow R^n$  une fonction de comportement qui décrit les transactions de l'agent  $i$  en fonction de  $\theta$ . La fonction

$$z_i^c(\theta) \equiv z_i^c(q(\theta), (1 + \theta) \bar{m}_{i0})$$

est une fonction de comportement particulière qui définit les transactions optimales de l'agent  $i$  dans l'état  $\theta$  compte tenu de sa conjecture  $c_i$ . Par ailleurs  $\hat{z}_i(\theta)$  est une autre fonction de comportement que nous supposons continue en  $\theta = 0$  avec une dérivée à droite et une dérivée à gauche.

À toute fonction de comportement  $z_i(\cdot)$ , on peut associer la variation équivalente de revenu exprimée en fonction de  $\theta$  :

$$\theta \rightarrow L_i^c(\theta) \equiv L_i^c(q(\theta), (1 + \theta) \bar{m}_{i0}, z_i(\theta))$$

ce qui représente la perte pour l'individu  $i$  lorsqu'il choisit  $z_i(\theta)$  plutôt que  $z_i^c(\theta)$ .

Dans ce qui suit, nous envisageons des fonctions de comportement qui coïncident avec  $z_i^c$  lorsque  $\theta = 0$ . On aura donc  $z_i(0) = z_i^c(0) = z_i^*$  et  $L_i^c(0) = 0$ . Ceci conduit à la définition suivante :

6. Sur l'unicité locale des équilibres à prix fixes au voisinage de l'équilibre walrasien, voir Laroque (1978) et Laroque-Polemarchakis (1978).

**DÉFINITION 4** *La fonction de comportement  $z_i(\cdot)$  est approximativement rationnelle pour la conjecture  $c_i$  si  $L_i^c(\theta)$  est du second ordre en  $\theta$  au voisinage de  $\theta = 0$ .*

En d'autres termes,  $z_i(\cdot)$  est une fonction de comportement approximativement rationnelle si la réalisation des transactions  $z_i(\theta)$ , lorsque l'état est  $\theta$ , ne conduit qu'à une très petite perte de bien-être (en équivalent revenu) par rapport aux transactions optimales estimées sur la base de la conjecture  $c_i$ .

La définition 4 permet d'exprimer précisément la propriété de rationalité approchée associée aux équilibres à prix fixes situés au voisinage de l'équilibre walrasien. C'est l'objet de la proposition suivante :

**PROPOSITION :** *Pour toute conjecture admissible  $c$ , les fonctions de comportement  $\hat{z}_i(\theta)$ ,  $i = 1, \dots, n$ , sont approximativement rationnelles.*

**PREUVE :**

Soit  $\hat{V}_i(\theta) \equiv U_i(\hat{z}_i(\theta) + \omega_i, (1 + \theta)\bar{m}_{i0} - p^* \hat{z}_i(\theta))$  le niveau d'utilité de l'agent  $i$  à l'équilibre à prix fixes. Soit aussi  $V_i(p, R_i)$  la fonction d'utilité indirecte associée à  $U_i$ , c'est-à-dire :

$$V_i(p, R_i) = \text{Max} \{U_i(z_i + \omega_i, m_i); p z_i + m_i = R_i; z_i + \omega_i \geq 0, m_i \geq 0\}.$$

Soit enfin  $\hat{L}_i^c(\theta) \equiv L_i^c(q(\theta), (1 + \theta)m_{i0}, \hat{z}_i(\theta))$ . D'après ces définitions, on a :

$$V_i^c(q(\theta), (1 + \theta)\bar{m}_{i0} - \hat{L}_i^c(\theta)) = \hat{V}_i(\theta)$$

et de plus, pour toute conjecture admissible  $c$ , on a

$$V_i^c(q(\theta), (1 + \theta)\bar{m}_{i0} - \hat{L}_i^c(\theta)) \leq V_i(p^*, (1 + \theta)\bar{m}_{i0} - \hat{L}_i^c(\theta))$$

car l'individu  $i$  ne peut espérer mieux que réaliser tous les échanges souhaités aux prix  $p^*$ . Ceci implique

$$\hat{V}_i(\theta) \leq V_i(p^*, (1 + \theta)\bar{m}_{i0} - \hat{L}_i^c(\theta))$$

et donc  $\hat{L}_i^c(\theta) < \bar{L}_i(\theta)$  pour toute conjecture admissible  $c$  et toute valeur de  $\theta$  au voisinage de 0 où  $\bar{L}_i(\theta)$  est défini par :

$$\hat{V}_i(\theta) = V_i(p^*, (1 + \theta)\bar{m}_{i0} - \bar{L}_i(\theta))$$

On a  $\bar{L}_i(0) = 0$  puisque l'équilibre à prix fixes coïncide avec l'équilibre concurrentiel lorsque  $\theta = 0$ .

Considérons maintenant le problème suivant :

Maximiser  $U_i(z_i + \omega_i, m_i)$  par rapport à  $z_i, m_i$  sous les contraintes :

$$\begin{aligned} p^* z_i + m_i &= (1 + \theta) \bar{m}_{i0} & \lambda_i(\theta) \\ z_{ih} &\leq \hat{z}_{ih}(\theta) \quad \text{si } h \in H_i^+ & \mu_{ih}(\theta) \\ z_{ih} &\geq \hat{z}_{ih}(\theta) \quad \text{si } h \in H_i^- & \mu_{ih}(\theta) \\ z_i + \omega_i &\geq 0 \quad m_i \geq 0 \end{aligned}$$

où  $\lambda_i(\theta)$ , et  $\mu_{ih}(\theta)$ ,  $h = 1, \dots, l$  désignent des multiplicateurs de Kuhn et Tucker.

Remarquons d'abord que  $z_i = \hat{z}_i(\theta)$ ,  $m_i = (1 + \theta)m_{i0} - p^* \hat{z}_i(\theta)$  est une solution optimale de ce problème pour toute valeur de  $\theta$ .

Par ailleurs, en  $\theta = 0$ , ces conditions d'optimalité du premier ordre sont vérifiées en  $z_i^* = \hat{z}_i(0)$ ,  $m_i = m_i^*$  et elles s'écrivent :

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_i}{\partial x_{ih}}(z_i^* + \omega_i, m_i^*) &= \lambda_i(0)p_h^* + \mu_{ih}(0) & \text{si } h \in H_i^- \\ \frac{\partial U_i}{\partial x_{ih}}(z_i^* + \omega_i, m_i^*) &= \lambda_i(0)p_h^* - \mu_{ih}(0) & \text{si } h \in H_i^+ \\ \frac{\partial U_i}{\partial m_i}(z_i^* + \omega_i, m_i^*) &= \lambda_i(0), \end{aligned}$$

Or, en  $(z_i, m_i) = (z_i^*, m_i^*)$  le gradient de la fonction  $U_i$  est proportionnel au vecteur  $(p^*, 1)$ . On a donc  $\mu_{ih}(0) = 0$  pour tous les indices  $h$  et le multiplicateur  $\lambda_i(0)$  est défini de manière unique par la condition

$$\frac{\partial U_i^*}{\partial x_i}(z_i^* + \omega_i, m_i^*) = \lambda_i(0) p^*$$

Notons :

$$\begin{aligned} \tilde{V}_i(R_i, \bar{z}_i) &= \text{Max} \{U_i(z_i + \omega_i, m_i) \mid p^* z_i + m_i = R_i, \\ z_{ih} &\geq \bar{z}_{ih} \text{ si } h \in H_i^-, z_{ih} \leq \bar{z}_{ih} \text{ si } h \in H_i^+\}. \end{aligned}$$

La fonction  $\tilde{V}_i$  est différentiable en  $R_i = \bar{m}_{i0}$ ,  $\bar{z}_i = z_i^*$  puisque, comme nous venons de le voir, les multiplicateurs associés aux contraintes sont définis de manière unique dans ce cas. On a :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial R_i} \mid \bar{m}_{i0}, z_i^* &= \lambda_i(0) \\ \frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial \bar{z}_i} \mid \bar{m}_{i0}, z_i^* &= 0. \end{aligned}$$

Comme

$$\hat{V}_i(\theta) = \tilde{V}_i[(1 + \theta)\bar{m}_{i0}, \hat{z}_i(\theta)]$$

et que les fonctions  $\hat{z}_{ih}(\theta)$  admettent des dérivées à droite et à gauche en  $\theta = 0$ , la fonction  $\hat{V}_i(\theta)$  est donc différentiable en  $\theta = 0$  et on a

$$\frac{d\hat{V}_i}{d\theta} \mid \theta = 0 = \lambda_i(0) \bar{m}_{i0}.$$

Par ailleurs, la fonction  $V_i(p^*, R_i)$  est continûment différentiable par rapport à  $R_i$  en  $R_i = \bar{m}_{i0}$  et on a :

$$\frac{\partial V_i}{\partial R_i} \mid R_i = \bar{m}_{i0} = \lambda_i(0).$$

Par application du théorème des fonctions implicites, la fonction  $\tilde{L}_i(\theta)$  est donc différentiable en  $\theta = 0$  et elle vérifie

$$\frac{d\tilde{L}_i}{d\theta} \mid \theta = 0 = 0.$$

On en déduit :

$$\frac{d\tilde{L}_i^c}{d\theta} \mid \theta = 0 = 0. \quad \text{pour toute conjecture admissible } c$$

ce qui achève la démonstration.

Cette proposition constitue le résultat principal de l'article. Elle montre qu'au voisinage de l'équilibre walrasien, le gain individuel que les agents anticipent pouvoir réaliser en modifiant les prix est du second ordre en  $\theta$ . Simultanément, le choc monétaire aura des effets réels du premier ordre en  $\theta$  comme dans les mécanismes multiplicateurs keynésiens traditionnels, ainsi que l'exemple présenté ci-dessous le montrera.

Ces résultats peuvent être rapprochés de la propriété d'existence d'un équilibre conjectural de Hahn. À un tel équilibre, compte tenu de leur conjectures, les agents trouvent optimal de ne pas entamer une concurrence par les prix et d'accepter les rationnements quantitatifs que le marché leur impose. Les conjectures étant fondamentalement subjectives, et à tout ensemble de conjectures étant associé un équilibre particulier, un grand nombre d'équilibres sont *a priori* possibles. John (1985) montre d'ailleurs que tout équilibre à prix fixes peut être considéré comme un équilibre conjectural pour des conjectures bien choisies. Les préférences et les technologies de l'économie ne suffisent donc pas pour expliquer la nature de l'équilibre conjectural. Au contraire, nous avons considéré l'équilibre à prix fixes associé aux prix de l'équilibre concurrentiel moyen. Cet équilibre à prix fixe est déterminé de manière unique exclusivement sur la base des préférences (et des technologies dans une économie avec production). Quelles que soient les conjectures, à cet équilibre, le comportement des agents qui ne manipulent pas les prix est approximativement rationnel.

On s'est limité ici à des équilibres à prix fixes situés au voisinage de l'équilibre concurrentiel, mais le principe établi dans la proposition précédente s'étend à des situations éloignées de cet équilibre en juxtaposant des rigidités réelles et des rigidités nominales. À titre d'exemple, considérons une économie comprenant  $N$  firmes identiques et  $L$  individus offrant chacun une unité de travail de manière inélastique. Supposons que le salaire réel soit fixé à un certain niveau, par exemple par un mécanisme de salaire d'efficience. Le coût de production de chaque entreprise, exprimé en termes réels, s'écrit  $C(y) = y^2/2$  où  $y$  désigne le volume de production. Supposons par ailleurs que la demande de biens  $Y^d$  dépende du revenu total

$Y = Ny$  et des encaisses réelles agrégées  $M_0/p$  où  $M_0$  et  $p$  désignent respectivement les encaisses nominales et le prix du bien :

$$Y^d = \alpha Y + \beta \frac{M_0}{p}, \quad 0 < \alpha < 1, \beta > 0.$$

Supposons que les encaisses soient fixées au niveau  $\bar{M}_0$ . Chaque entreprise produit une unité de bien lorsque son profit est maximal et il y a donc équilibre sur le marché du bien pour un prix

$$p^* = \frac{\beta \bar{M}_0}{(1-\alpha) N}.$$

Simultanément, l'économie connaîtra un chômage d'autant plus important que  $L$  sera grand.

Supposons maintenant que  $M_0 = (1 + \theta)\bar{M}_0$  avec  $\theta$  variant dans un voisinage de 0 et que le prix reste fixé à  $p^*$ . L'économie connaît alors des situations de chômage keynésien (avec excès d'offre de bien) lorsque  $\theta < 0$  et des situations de chômage classique (avec excès de demande) lorsque  $\theta > 0$ .

En chômage keynésien, et en supposant que la demande de bien est répartie uniformément entre les firmes, on a  $y = 1 + \theta$  et le profit réel de chaque firme est

$$\Pi = y - \frac{y^2}{2} = 1 + \theta - \frac{(1 + \theta)^2}{2}.$$

Le profit maximal  $\Pi^* = 1/2$  est atteint lorsque  $\theta = 0$ . Chaque entreprise en choisissant de ne pas entamer une concurrence par les prix et en acceptant le poids de la contrainte de débouché, supporte une perte de profit qui est toujours inférieure à  $\Pi^* - \Pi = \theta^2/2$ , ce qui est bien du second ordre en  $\theta$ , bien que l'effet de  $\theta$  sur  $y$  soit du premier ordre. En chômage classique, les entreprises obtiennent le profit maximal  $\Pi^*$  et, d'après notre hypothèse, elles n'imaginent pas pouvoir profiter de la situation transitoire d'excès de demande pour hausser leur prix. Si nous avions modélisé le comportement des consommateurs rationnés sur le marché du bien, nous aurions d'ailleurs constaté que le gain maximal de bien-être que ceux-ci pourraient réaliser est petit par rapport à l'ampleur de la perturbation<sup>7</sup>. Les consommateurs ne perdent donc que peu à accepter ce rationnement de la demande (en pratique, un délai de livraison) et l'hypothèse dans laquelle se placent les firmes est donc bien fondée.

---

7. Le gain est réalisé par les consommateurs lorsqu'ils se débarrassent de la contrainte de rationnement en proposant un prix plus avantageux aux vendeurs.

## BIBLIOGRAPHIE

- AKERLOF, G. et J. YELLEN (1985), «A Near-Rational Model of the Business Cycle with Wage and Price Inertia», *Quarterly Journal of Economics*, supplement 100.
- BÉNASSY, J.P. (1976), «The Disequilibrium Approach to Monopolistic Price Setting and General Monopolistic Equilibrium», *Review of Economic Studies*, 43.
- BLANCHARD, O.J. et S. FISCHER (1989), *Lectures on Macroeconomics*, MIT Press.
- BLANCHARD, O.J. et N. KİYOTAKI (1987), «Monopolistic Competition and the Effects of Aggregate Demand», *American Economic Review*, 77, 4.
- DRÈZE, J.H. (1975), «Existence of an Exchange Equilibrium under Price Rigidities», *International Economic Review*, 16.
- GRANDMONT, J.M. et G. LAROQUE (1976), «On Keynesian Temporary Equilibria», *Review of Economic Studies*, 43, 1.
- GREEN, J. et J.J. LAFFONT (1981), «Disequilibrium Dynamics with Inventories and Anticipatory Price-Setting», *European Economic Review*, 16.
- HAHN, F.H. (1978), «On Non-Walrasian Equilibria», *Review of Economic Studies*, 45.
- JOHN, R. (1985), «A Remark on Conjectural Equilibria», *Scandinavian Journal of Economics*.
- LAROQUE, G. (1978), «The Fixed Price Equilibria: Some Results in Local Comparative Statics», *Econometrica*, 46, 5.
- LAROQUE, G. et H. POLEMARCHAKIS (1978), «On the Structure of the Set of Fixed Price Equilibria», *Journal of Mathematical Economics*, 5.
- MALINVAUD, E. (1977), *The Theory of Unemployment Reconsidered*, Basil Blackwell, Oxford.
- MANKIW, G. (1985), «Small Menu Costs and Large Business Cycles: A Macroeconomic Model of Monopoly», *Quarterly Journal of Economics*, 100, 2.